

Metody numeryczne

Laboratorium 6 – Miary dopasowania funkcji aproksymującej

1) Funkcje **polyfit** i **polyval**

1.1) Funkcja **polyfit** (ang. *polynomial fit* - dopasowanie za pomocą wielomianów)

Funkcja znajduje wartości współczynników wielomianu aproksymującego ($W(x)$).

$$W = \text{polyfit}(x, y, k)$$

Funkcja przyjmuje dwa wektory, współrzędne punktów: x i y , które powinny mieć taką samą liczbę elementów. Argument k określa stopień wielomianu, który ma te podane punkty aproksymować. Zwracany wektor W zawiera współczynniki przy odpowiednich potęgach zmiennej x .

Uwaga! Współczynniki w wektorze W są w kolejności od najwyższej potęgi:

$W(x) = w_1 x^k + w_2 x^{k-1} + \dots + w_k x + w_{k+1}$ czyli inaczej niż na naszych wcześniejszych laboratoriach. Dla stopnia wielomianu o jeden mniejszego niż liczba punktów ($k == n-1$) mamy interpolację.

1.2) Funkcja **polyval** (ang. *polynomial value* – wartość funkcji wielomianowej)

Funkcja liczy wartość wielomianu $W(x)$ dla dowolnego argumentu x .

$$y = \text{polyval}(W, x)$$

Funkcja przyjmuje dwa argumenty:

- współczynniki znalezionego wielomianu aproksymującego, u nas jest to wielomian $W(x)$, a jego współczynniki są w wektorze W ,
- wektor argumentów x , dla których policzymy wartości funkcji czyli po prostu $y=W(x)$.

Kolejność współczynników wielomianu $W(x)$ musi być taka sama jaką zwraca funkcja **polyfit()**.

1.3) Przykład

```
px = [1 2 3 4 5];
py = [8 4 7 3 1];

%% stopien 1 - prosta
%% y = W(1)x + W(2)
W1 = polyfit(px, py, 1);
W1

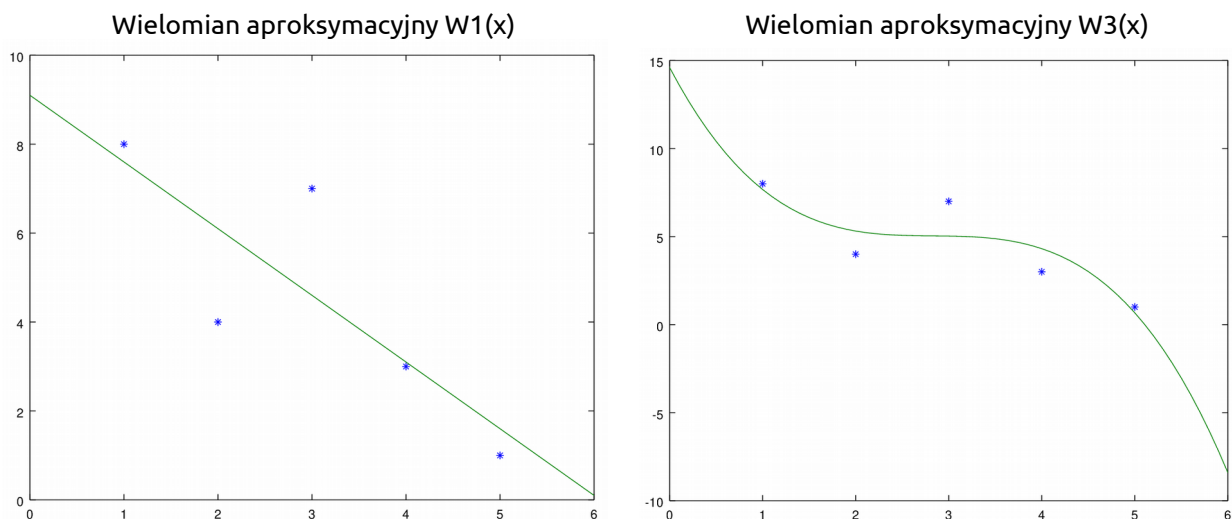
%% stopien 3 - krzywa stopnia trzeciego
%% y = W(1)x^3 + W(2)x^2 + W(3)x + W(4)
W3 = polyfit(px, py, 3);
W3

xx = 0:0.1:6;
%yy = polyval(W1,xx);
yy = polyval(W3, xx);

plot(px, py, '*', xx, yy);
```

1.4) Wynik działania

```
W1 = -1.5000  9.1000
W3 = -0.41667  3.53571 -10.04762  14.60000
```



2) Miary dopasowania funkcji aproksymacyjnej

Będziemy liczyć różne błędy czyli miary dopasowania funkcji aproksymacyjnej $W(x)$ do funkcji poszukiwanej $F(x)$, gdzie:

- $\epsilon_i = F(x_i) - W(x_i)$ – różnica między wartością funkcji poszukiwanej $F(x)$ dla i -tego punktu, a wartością wielomianu aproksymującego $W(x)$ w i -tym punkcie,
- n – liczba punktów aproksymowanych.

2.1) Błąd bezwzględny

$$\Delta_F = \sum_{i=1}^n |F(x_i) - W(x_i)| = \sum_{i=1}^n |\epsilon_i|$$

2.2) Błąd kwadratowy (suma błędów kwadratowych – SSE)

$$SSE_F = \sum_{i=1}^n (F(x_i) - W(x_i))^2 = \sum_{i=1}^n (\epsilon_i)^2$$

2.3) Średni błąd procentowy – inaczej średni błąd względny * 100%

$$\delta_F = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{F(x_i) - W(x_i)}{F(x_i)} \right| \cdot 100\%$$

2.4) Średni błąd kwadratowy (MSE)

$$MSE_F = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (F(x_i) - W(x_i))^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (\epsilon_i)^2$$

2.5) Pierwiastek średniego błędu kwadratowego (RMSE) – odchylenie standardowe

$$\sigma_F = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (F(x_i) - W(x_i))^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (\epsilon_i)^2}$$

Odchylenie standardowe, może być też dzielenie przez $n-1$ zamiast przez n .